

電子光科学 I

次の [I-1] から [I-7] までの 7 問についてそれぞれ別の答案用紙に答えよ。なお、各問題に 2 枚以上の答案用紙を用いる場合は、「[I-1] (2 枚目)」などのように明記せよ。

[I-1] 次の積分を求めよ。ただし、 $a > 0$ とする。(配点 15 点)

$$\iiint_D x^2 dx dy dz \quad D = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2\}$$

[I-2] 以下の各問に答えよ。ただし、 p, n は 0 でない自然数、 A, B, C は p 次の正方行列、 E は p 次の単位行列、 O は p 次の零行列とする。(配点 15 点)

- (1) $A^n = O$ を満たす行列 A の固有値として可能なものをすべて求めよ。
- (2) $B^n = E$ を満たす行列 B の固有値として可能なものをすべて求めよ。
- (3) $C^{n+1} = C$ を満たす行列 C の固有値として可能なものをすべて求めよ。

[I-3] 留数の定理を用いて次の積分を計算せよ。ただし、 $a > b > 0$ とする。(配点 15 点)

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{a + b \cos \theta}$$

[I-4] 周期 T の波形 $f(t)$ の複素フーリエ係数を c_n とする。以下の各波形の複素フーリエ係数を $f(t)$ の複素フーリエ係数を用いて表せ。ただし、 $\int_0^T |f(t)| dt < \infty$, $0 \leq \tau < T$ とする。(配点 15 点)

- (1) $g(t) = f(t - \tau)$
- (2) $h(t) = f(-t)$

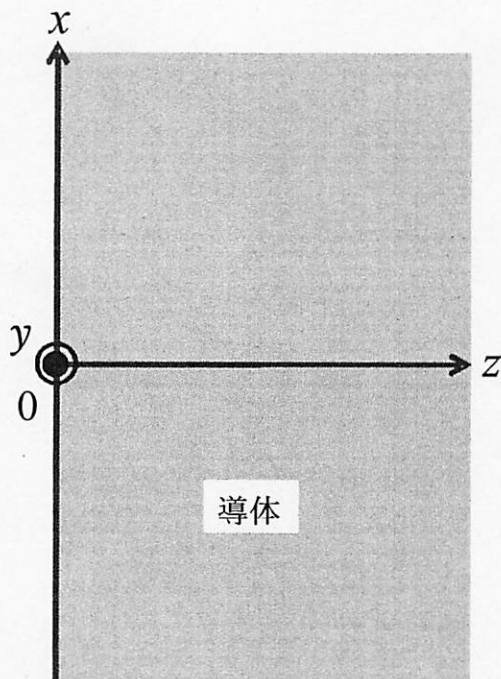
[I-7]

図に示すように、 $z \geq 0$ の半無限空間にある導体内で、角周波数 ω 、波数 k の平面電磁波が z 方向に進んでいる。平面電磁波の電場を $\mathbf{E} = (E_x, 0, 0)$ 、 $E_x = E_0 e^{j(\omega t - kz)}$ とするとき、以下の各問に答えよ。ここで、 E_0 は複素振幅（定数）、 j は虚数単位である。また、導体の導電率を σ 、透磁率を μ 、誘電率を ε とする。
(配点 30 点)

- (1) $\sigma/\omega\varepsilon \gg 1$ となるような良導体では、変位電流は伝導電流に比べて十分小さくなり無視できる。この場合、マクスウェルの方程式より次式が成立することを示せ。

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \sigma\mu \frac{\partial E_x}{\partial t}$$

- (2) 問(1)で示した結果を用いて、導体内部での波数 k が複素数となることを示せ。
- (3) 問(2)の結果より、波数 k の虚数部分を求め、平面電磁波が z 方向にどの程度の距離まで伝搬するかを示せ。



[I-6]

以下の各問に答えよ。（配点 30 点）

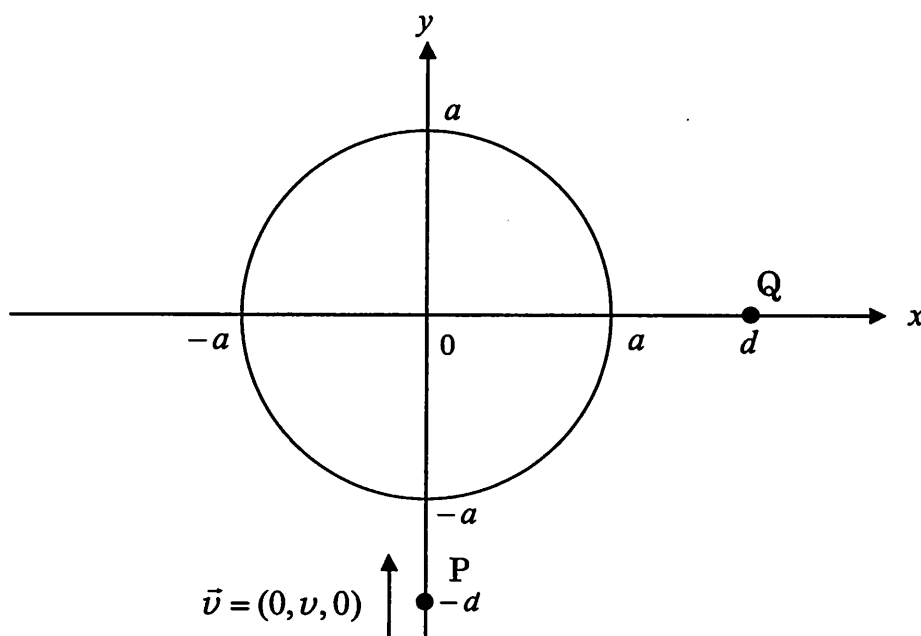
- (1) 次のような直角座標で表されたベクトルポテンシャルがあるとき、各領域の磁束密度ベクトルを求めよ。

$$r \leq a \quad \vec{A} = (-By/2, Bx/2, 0)$$

$$r \geq a \quad \vec{A} = (-Ba^2y/2r^2, Ba^2x/2r^2, 0)$$

ただし、 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 、 $B > 0$ 、 $a > 0$ である。

- (2) 問(1)で求めた磁束密度の x - y 面近傍における分布、大きさ、向きに近いものを実験室で発生するには、どのようなものを用いて、どのような条件で働かせたらよいか具体的に述べよ。ただし、 a は数 cm 程度とする。
- (3) 問(1)のベクトルポテンシャルの存在する空間において、図のように点 $P(0, -d, 0)$ から、質量 m 、電荷 q ($q > 0$) を持つ荷電粒子を、速度 $\vec{v} = (0, v, 0)$ で射出した。この粒子が点 $Q(d, 0, 0)$ を通過するための条件を示せ。ただし、 $d > a > 0$ 、 $v > 0$ であり、空間に電場は無く、重力は無視できるものとする。



[I-5]

下図に示すように、接地された十分に広い導体平板上の空間（真空）に 2 つの点電荷が置かれている。一方の点電荷の電荷量が $+q$ 、他方の点電荷の電荷量が $-q$ で、両者の距離は a である。また、それぞれの点電荷と導体平板との距離はいずれも $a/2$ である。点電荷の質量は無視できるものとし、真空の誘電率を ϵ_0 とする。以下の各問に答えよ。（配点 30 点）

- (1) それぞれの点電荷にはたらく力の大きさを求めよ。
- (2) 2 つの点電荷を無限遠方 ($a \rightarrow \infty$) にまで運ぶために必要な仕事を求めよ。
- (3) 導体表面上で点電荷 $+q$ の真下の点における電場と電荷密度を求めよ。

