電子光科学　I

次の[I-1]から[I-7]の７問について，それぞれ別の答案用紙に答えよ．なお，各問題に２枚以上の答案用紙を用いる場合は，「[I-1]（２枚目）」などのように明記せよ．

[I-1]

3 行 3 列の実正方行列 $A = \begin{pmatrix} u_1 & v_1 & w_1 \\ u_2 & v_2 & w_2 \\ u_3 & v_3 & w_3 \end{pmatrix}$ とその列ベクトル $\boldsymbol{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$ について以下の問に答えよ．（配点 15 点）

(1) 行列式 $|A|$ をベクトル $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{w}$ の内積，外積を用いて表せ．

(2) $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{w}$ がベクトル空間の正規直交基底である場合，A の逆行列を求めよ．

[I-2]

次の値を求めよ．ただし i は虚数単位，z は複素数，C は複素平面上の単位円周 $|z| = 1$ を反時計回りに一周する経路とする．（配点 15 点）

(1) $\log(1+i)$

(2) $\cosh^{-1} 0$

(3) $\int_C \tanh(\pi z)\, dz$

[I-3]

次の偏微分方程式に対して $f(x,y) = u(x)v(y)$ の形の解を求めよ．（配点 15 点）

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

[I-4]

互いに排反な事象 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ があって，0 でない生起確率 $P(A_i)\ (i = 1, 2, \cdots, n)$ が与えられている．ただし，全事象は $\Omega = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$である．さらに，事象$B$ について，条件付き確率 $P(B|A_i)\ (i = 1, 2, \cdots, n)$ が与えられている．以下の問に答えよ．（配点 15 点）

(1) $B \cap A_i$の生起確率 $P(B \cap A_i)\ (i = 1, 2, \cdots, n)$ を求めよ．

(2) Bの生起確率 $P(B)$ を求めよ．

(3) 条件付き確率 $P(A_k|B)\ (k = 1, 2, \cdots, n)$ を求めよ．ただし，$P(B)$ は 0 でないとする．

[I–5]

図 1 に示すように，真空中に z 軸に平行に置かれた十分に長い 2 本の導体円柱 A, B を考える．2 本の導体の中心軸は yz 平面（x=0）上にあり，中心軸間の距離は d である．また，導体の半径はいずれも r であり，$d >> r$ である．真空の誘電率および透磁率をそれぞれ ε_0, μ_0 とする．以下の各問に答えよ．（配点 30点）

導体 A, B に，それぞれ単位長さあたり$+\lambda, -\lambda$ の電荷が一様に分布している場合を考える．

(1) yz 平面（x=0）上の点 P における電場を求めよ．ただし，点 P と z 軸の距離を a として，$0 < a < d/2-r$ であるとする．

(2) 導体間の電位差を求めよ．

(3) 単位長さあたりの静電容量 C を求めよ．

導体 A, B に定常電流 I が流れている場合を考える．ただし，電流は一様に表面のみを流れているものとし，その方向は導体 A では$+z$ 軸方向, 導体 B では$-z$ 軸方向であるとする．

(4) yz 平面（x=0）上の点 P における磁場を求めよ．

(5) 単位長さあたりのインダクタンス L を求めよ．

導体 A, B の一方の端に抵抗 R をつなぎ、他端に直流電圧 V を印加した場合を考える（図 2)．ただし，導体 A , B の抵抗は R に比べて十分小さいものとする．

(6) 点 P におけるポインチングベクトルの大きさと方向を示せ．

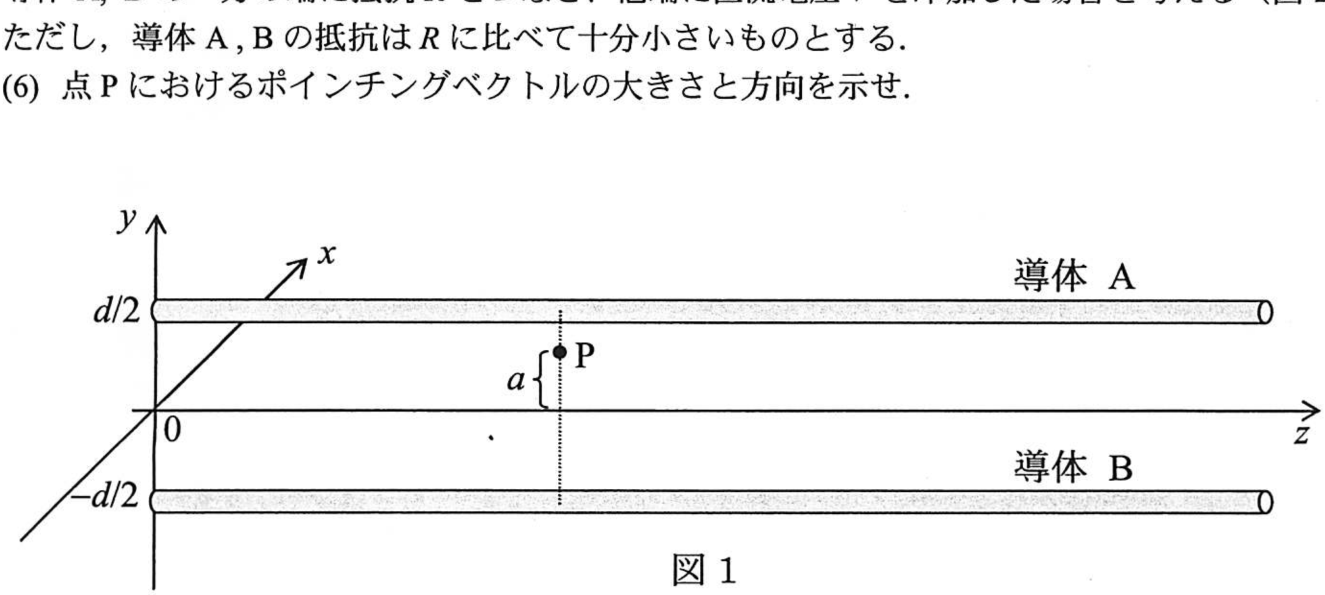


図 1

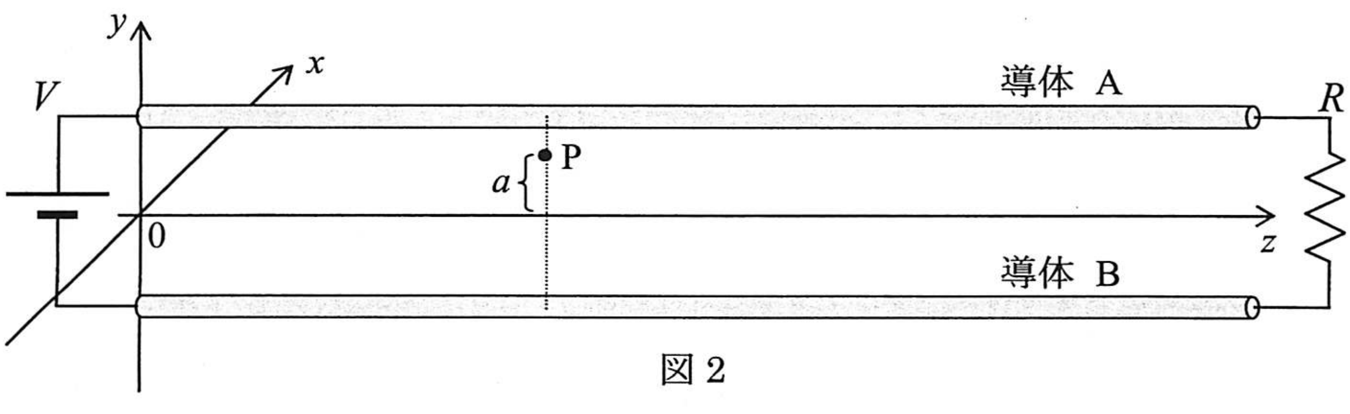


図 2

[I−6]
以下の各問に答えよ．（配点 30 点）

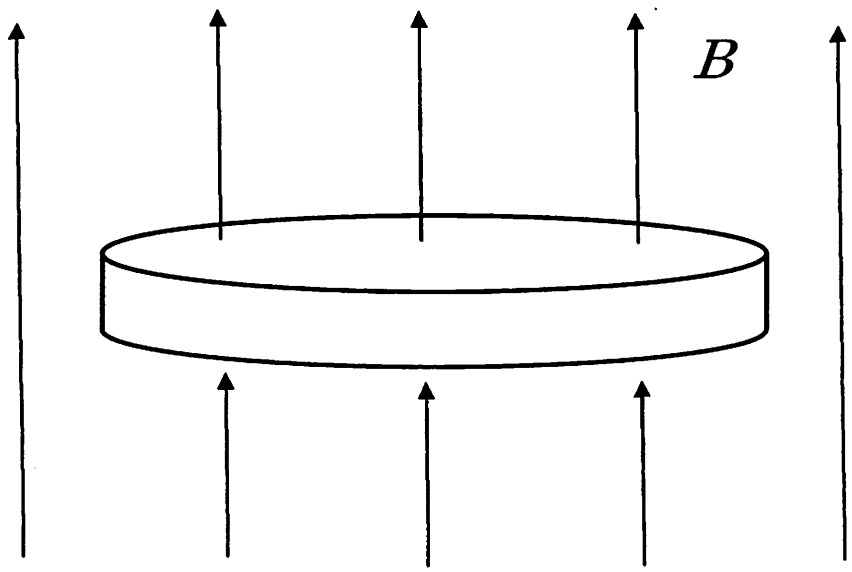
(1) 下図のように，一様な磁束密度 B の中に導電率 σ を持つ導体円板（半径 a，厚さb）を磁束密度の方向に対して垂直に置いた．磁束密度の大きさ B を $\frac{\partial B}{\partial t}=\beta$ （β は定数）となるように線形に時間変化させる．ただし，時間変化の速さは小さく，発生する電流による磁束密度は無視できるものとする．

a) 円板内の中心軸から距離 r の点における電流密度の大きさと円板内の全電流の大きさを示せ．

b) 円板内のジュール熱による単位時間当たりのエネルギー消費量を示せ．

(2) 問(1)の配置において，磁束密度の大きさを$B=B_1\cos 2\pi ft$ のように時間変化させる．周波数を大きくすると，発生する電流による磁束密度が無視できなくなる．このような大きな周波数の場合，導体内の磁束密度と電流はどのようになるか理由をつけて述べよ．ただし，導体の導電率は十分に大きいものとする．

(3) 問(1)において，導体板を一様な電荷密度 ρ を持つ同じ形状の絶縁体の円板に変えて，磁束密度の大きさ B を $\frac{\partial B}{\partial t}=\beta$ （β は定数）となるように時間変化させた．このとき円板に加わるトルクを計算せよ．



[I-7]

下図に示すように，真空中に置かれた完全導体板に平面電磁波（角周波数ω）が入射角 θ で斜入射する場合を考える．入射電磁波の電場は入射面（xy 平面）に垂直であり，次のように表されるものとする．

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{z}} E_0 \exp[-jk(x \sin\theta - y \cos\theta)]$$

ただし，$\hat{\mathbf{z}}$ は z 方向の単位ベクトル，E_0 は複素振幅，j は虚数単位，$k = \omega\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ （ε_0, μ_0 は真空の誘電率および透磁率）である．時間変化の因子 $\exp(j\omega t)$ は省略してある．以下の各問に答えよ．（配点 30 点）

(1) 反射波の電場を求めよ．

(2) 入射波と反射波の合成波の電場および磁場を求めよ．また，合成波の電場の z 成分および合成波の磁場の x 成分について、それぞれの大きさの y 方向の変化の様子を図示せよ．

(3) 合成波の x 方向の位相速度の大きさを求めよ．