# 電子光科学　I

次の[I-1]から[I-8]の８問について，それぞれ別の答案用紙に答えよ．なお，各問題に２枚以上の答案用紙を用いる場合は，「[I-1]（２枚目)」などのように明記せよ．

[I-1]

行列 $A=\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$ について以下の問に答えよ．（配点 15 点）

(1) $A$ の固有値と固有ベクトルを求めよ．

(2) $B^2=A$ を満たす行列 $B$ をすべて求めよ．

[I-2]

以下の問に答えよ．（配点 15 点）

(1) 次の複素関数の特異点での留数を求めよ．

$$f(z)=\frac{\exp(iz)}{(z^2+1)^2}$$

(2) 次の積分を計算せよ．

$$\int_0^\infty \frac{\cos x}{(x^2+1)^2}dx$$

[I-3]

以下の問に答えよ．（配点 15 点）

(1) 次の極限値を求めよ．

$$\lim_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$$

(2) 次の微分方程式を解け．

$$\frac{dy}{dx}+2y=5e^{3x}$$

[I-4]

以下の各問に答えよ．ただし，$T > 0,\ \omega = 2\pi/T$ とする．　（配点 15 点）

(1) 次の式を計算せよ．ただし，$n$ は整数とする．

$$s(n) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} e^{-in\omega t}\,dt \qquad ①$$

(2) 周期$T$の関数$g(t)$が次式の様に複素フーリエ級数展開されるとき，複素フーリエ係数 $c_n$を求める式を書き，それが正しいことを問(1)の結果を用いて示せ．

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n\, e^{in\omega t} \qquad ②$$

(3) 周期$T$の関数$g(t)$, $h(t)$の複素フーリエ係数がそれぞれ $c_n$, $d_n$ $(n = 0,\ \pm1,\ \pm2, \cdots)$で与えられるとき，次式をそれらの係数を用いて表せ．

$$\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} g(t)h(t)dt \qquad ③$$

[I-5]

瞬時に復号可能な情報源符号について以下の問に答えよ．　（配点 15 点）

(1) $r$元符号の木において，葉以外の節点（内部節点）から必ず $r$本の枝が伸びている場合，葉の枚数の一般式を求めよ．ただし，$r$は 2 以上の整数とする．

(2) 情報源アルファベットを $\boldsymbol{A} = \{a, b, c, d, e, f\}$，各記号の生起確率を $P(a) = 0.12$, $P(b) = 0.14$, $P(c) = 0.25$, $P(d) = 0.1$, $P(e) = 0.16$, $P(f) = 0.23$ とする．符号語アルファベットを $\boldsymbol{B} = \{0, 1, 2\}$ として，平均符号語長が最短となる瞬時符号を構成せよ．さらに，そのときの平均符号語長 $L$ も求めよ．

[I–6]

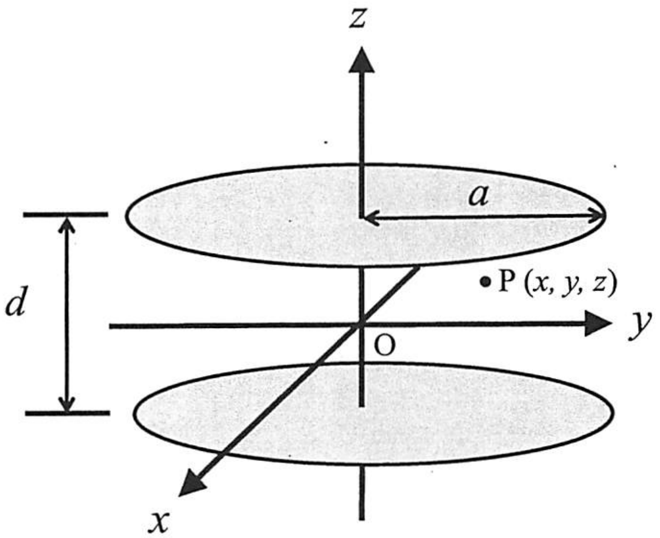
下図に示すように，円板を極板とする平行平板コンデンサを考える．極板は半径が $a$，間隔が $d$ であり，極板間は真空（誘電率 $\varepsilon_0$，透磁率 $\mu_0$）であるとする．図のように各極板の中心を結ぶ軸を $z$ 軸として $xyz$ 座標を定める．振幅 $V_0$，角周波数 $\omega$ の正弦波電圧 $V_0\sin(\omega t)$を極板間に印加するとき，以下の各問に答えよ．ただし，コンデンサの端部効果は無視し，極板間に均一な電界が発生すると仮定する．（配点 25 点）

(1) 図に示す極板間の点 P($x, y, z$) における電束密度と変位電流密度を求めよ．

(2) 点 P($x, y, z$) における磁束密度を求めよ．

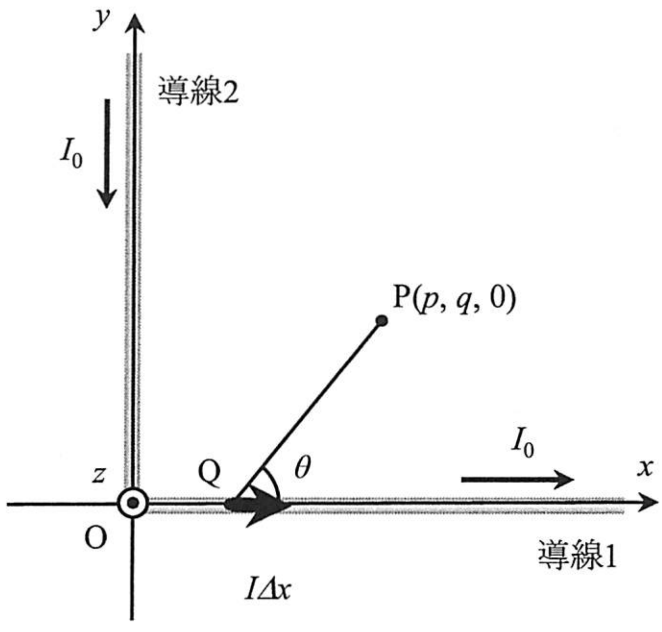
(3) 点 P($x, y, z$) におけるポインチングベクトル $\mathbf{S}$ を求めよ．

(4) 極板間の領域 $\Omega$ において，$\iiint_\Omega \mathrm{div}\,\mathbf{S}\,dxdydz$ がコンデンサの充放電時の電力と等しくなることを示せ．



[I–7]
下図のように，径の無視できる 2 本の半無限長の導線 1，2 の端点を原点 O で直角となるようにつないで $x$ 軸上と $y$ 軸上に置き，図の向きに直流電流 $I_0$ を流した．$z=0$ 面上の点 P の座標を $(p, q, 0)$，$x$ 軸上の導線上の点を Q として以下の各問に答えよ．ただし，$p>0$，$q>0$ であり，真空の透磁率を $\mu_0$ とせよ．（配点 25 点）

(1) $z=0$ 面上の第 1 象限（$x>0, y>0$）における磁場の向きを答えよ．
(2) 線分 QP と $x$ 軸とのなす角を $\theta$ とする．点 Q 上の微小電流素片 $I\Delta x$ が点 P につくる磁束密度 $\Delta B$ の大きさを $\theta$ の関数として表せ．
(3) 導線 1 上の電流が点 P につくる磁束密度の大きさを求めよ．
(4) 導線 1 および導線 2 上の電流が点 P につくる磁束密度の大きさを求めよ．
(5) 半径 $a$ の微小な円形コイルを，点 P が中心となるように $xz$ 面に平行な面内に置き，電流 $I_m$ を流した場合，コイルの受ける力のモーメントの大きさを求めよ．ただし，コイル内で磁束密度は一定とし，電流 $I_m$ がつくる磁場は無視できるものとする．



[I－8]
下図に示すように，真空中（固有インピーダンス$\eta$）を$+z$ 方向に伝搬する平面電磁波（角周波数$\omega$，波数 $k$）が，$z=0$ の面で完全導体に垂直に入射している場合を考える．入射波は，電界が $x$ 成分のみの直線偏波であり，その複素振幅を $E_0$ として次式のように表される．

$$\mathbf{E}_{in} = \hat{\mathbf{x}} E_0 \exp\{j(\omega t - kz)\}$$

ここで，$\hat{\mathbf{x}}$ は $x$ 方向の単位ベクトル，$j$ は虚数単位である．以下の各問に答えよ．（配点 25 点）

(1) 反射波の電界を $E_0$ を用いて表せ．
(2) 入射波と反射波の合成によって生じる定在波の電界および磁界を求め，それらの実効値の $z$ 方向の変化を $-\lambda < z < 0$（$\lambda$ は電磁波の波長）の範囲で図示せよ．
(3) 完全導体の表面を流れる表面電流密度を求めよ．